

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОСИСТЕМ

A. M. Молчанов

Научно-исследовательский вычислительный центр АН СССР

Доклад содержит попытку теоретического анализа типов воздействия человека на окружающую среду. Даже простейшая математическая модель выявляет по меньшей мере четыре возможности: воздействие может быть импульсным или длительным, оно может быть приложено к самой системе или затрагивать регуляторные связи. Поэтому постановка вопроса о предельно допустимых нагрузках зависит как от свойств системы, так и от характера воздействия.

Состояние и процесс. Состояние любой системы, в том числе экологической, задается набором чисел, характеризующих количество или уровень компонент, составляющих эту систему.

Эти существенные переменные, описывающие систему, традиционно обозначаются буквами x с различными индексами. Количество переменных определяется главным образом сложностью системы, но зависит также и от желательной меры детализации. Так, например, полное количество (или биомасса) деревьев на изучаемой площади может быть разделено по породам, по высоте, по возрасту. Однако таких данных достаточно только для целей классификации (инвентаризация). Для задач прогноза, а тем более для задач управления необходимы дополнения и уточнения.

Дальнейшая судьба изучаемой системы существенно зависит от обстановки, в которой она находится — внешней среды. Состояние среды в свою очередь описывается каким-то набором чисел. Обозначим эти числа буквами y с индексами.

На первый взгляд кажется, что нужно ввести в рассмотрение «среду среды», рассмотреть еще одну серию букв, затем следующую серию и так далее до исчерпания всех существующих алфавитов.

Строго говоря, так оно и есть. Если тем не менее научное изучение вообще возможно, то для этого имеется серьезная причина. Эта причина состоит в том, что каждая система имеет свой собственный характерный масштаб времени и эти масштабы времени обычно резко различны для системы и содержащей ее среды.

Высказанное положение допускает простую и содержательную математическую формализацию:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_l) \quad 1 \leq i \leq n \quad (1)$$

$$\frac{dy_k}{dt} = q_k(x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_l) \quad 1 \leq k \leq l.$$

Малый параметр ε в этой системе равен отношению характеристического времени τ изучаемой системы к существенно большему времени T , необходимому для заметных изменений свойств среды:

$$\varepsilon = \frac{\tau}{T} \ll 1. \quad (2)$$

Так, например, обычная частота пульса — один удар в секунду, а периодичность малярийных приступов — одни сутки. Следовательно, в этом примере

$$\varepsilon = \frac{1_c}{1_{\text{сут}}} = \frac{1}{24 \cdot 60 \cdot 60} \approx 1,1 \cdot 10^{-5}. \quad (3)$$

Пример сознательно выбран медицинским, а не экологическим, чтобы подчеркнуть общность развивающихся представлений.

Структура системы (1) показывает, что динамика, «жизнь» переменных x_i происходит на фоне слабого дрейфа медленной эволюции внешних параметров y_h . Во многих случаях достаточно положить $\varepsilon=0$. Переменные y_h становятся при этом постоянными:

$$y_k = x_k \quad (4)$$

и входят как параметры в правую часть уравнений для динамических переменных

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n; \alpha_1, \dots, \alpha_l). \quad (5)$$

Так, например, морская раковина может быть найдена в зоне альпийских лугов на высоте 2500 м над ур. м. Это внутренне противоречивое высказывание означает, что нас не интересуют геологические процессы, приведшие к подъему бывшего морского дна почти на 3 км. Мы пренебрегаем «геологическим эпиллоном».

Стационарные режимы. Пренебрежение малым параметром ε означает, следовательно, фиксирование внешних условий. Однако состояние изучаемой системы может быть совершенно различным при одних и тех же значениях внешних параметров $y=\alpha$.

Лес в данной области может быть зрелым и здоровым — это одно стационарное состояние. Объедание листвы гусеницами не погубит лес, но приведет к другому стационарному состоянию с резко пониженным фотосинтезом. Наконец, пожар, истребив лес, создает третье стационарное состояние, которое затем будет медленно эволюционировать в фиксированных внешних условиях. Математически это означает, что уравнение для x может иметь несколько стационарных состояний при заданных параметрах.

Основные идеи могут быть иллюстрированы простейшим примером одного переменного x и одного параметра α :

$$\frac{dx}{dt} = f(x, \alpha). \quad (6)$$

В этом случае множество стационарных состояний системы, задаваемое уравнением

$$0 = f(x, \alpha), \quad (7)$$

изображается кривой на плоскости (x, α) (рис. 1).

Ситуация, изображенная выше, вызывает естественную ассоциацию с общебиологическим представлением о состояниях активности и покоя, свойственных любым биологическим системам.

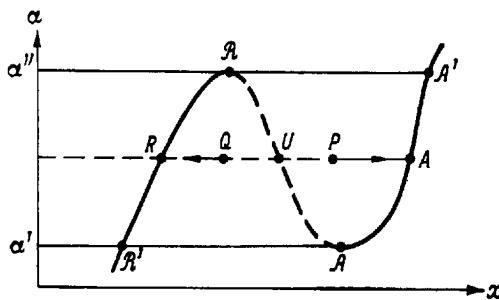


Рис. 1. Система с различным числом стационарных режимов.

В полосе между α' и α'' три стационарных режима, а выше и ниже этой полосы — по одному.

мам. Несомненно, что подобные состояния характерны и для систем экологических. Более того, общий математический подход плодотворен и при анализе социальных, технологических и технических систем.

Терминологию, однако, лучше сохранить биологическую или даже сугубо медицинскую ввиду наибольшей изученности разбираемых вопросов именно в медицинской практике.

Импульсное воздействие. Состояния активности и покоя обладают определенной устойчивостью. Предложенная модель позволяет рассмотреть основные типы реакции системы на импульсное воздействие. Такое воздействие естественно интерпретировать как мгновенный перенос из одной точки фазовой плоскости в другую.

Как уже было сказано, основой являются наглядные биологические представления на организменном уровне. Интерпретация этих представлений на модели позволяет построить их экологический аналог.

Рассмотрим очевидную возможность, когда состояние покоя — это сон, а состояние активности — бодрствование. В этом случае величину x следует интерпретировать как уровень двигательной активности, а параметр α связать с уровнем возбуждения нервной системы. Само собой разумеется, что это чрезвычайно упрощенное, иллюстративное описание. Тем не менее оно полезно для понимания возможности единой математической модели, не зависящей от структурного, морфологического уровня изучаемой системы.

Вернемся, однако, к модели (рис. 1) и рассмотрим состояние «активности» с золотым веком Эллады, когда весь полуостров был покрыт могучими дубовыми лесами. Тогда состояние «покоя» этой экологической системы — ее нынешняя грустная действительность колючих кустарников и каменистых обнажений. Думают, что главная причина — козы, которые не столько съели, сколько вытоптали подлесок. Освобожденные горные потоки смыли почву, а карстовые провалы доверили разгром. И коз теперь почти нет и потоки не бушуют...

Вернемся, однако, к модели (рис. 1) и рассмотрим состояние активности A , находящееся на ветви AA' . Импульсное воздействие на систему соответствует мгновенному перемещению вдоль горизонтальной прямой, проходящей через точку A . Нелинейная теория колебаний подсказывает название «фазовый удар» для такого изменения состояния системы. Такая терминология оправдана широко распространенным названием «фазовое пространство» для пространства динамических переменных.

Фазовый удар нарушает, конечно, равновесие, но если возмущение не перебросило изображающую точку системы за линию $\mathcal{R}A$ неустойчивых положений равновесия, то система в согласии с уравнением движения (6) возвращается в прежнее состояние активности A . Если фазовый удар перебрасывает систему за точку U (на ветви $\mathcal{R}A$), то система приходит в равновесие в точке R на линии состояний покоя.

Таким образом, фазовый удар имеет четко выраженный пороговый характер — правее U происходит полное восстановление активности до исходного уровня, левее U система приходит в состояние покоя.

Нужно, конечно, иметь в виду условность терминологии — «покоем» состояние R следует считать только по отношению к состоянию A . Так, например, сурок может бодрствовать или заснуть, или впасть в спячку. Состояние спячки является покоем по отношению к состоянию нормального физиологического сна, а сон — есть покой по отношению к состоянию активности. Для наших целей достаточно разобрать два соседних уровня, достаточно сильно отличающихся по интенсивности активности.

Разберем теперь следствия импульсного воздействия на параметры системы. Пространство параметров называется структурным пространством системы, так как каждой точке в этом

пространстве соответствует вполне определенный характер динамики системы, свой собственный, как говорят в теории колебаний, «фазовый портрет» системы. Поэтому разумно назвать импульсное воздействие на параметры системы структурным сдвигом.

Математически структурный сдвиг есть перемещение в плоскости (x, α) вдоль вертикали, проходящей через точку A . Стоит, видимо, подчеркнуть, что плоскость (x, α) есть прямое произведение фазового пространства (прямой x) на структурное пространство (прямая α). В общем случае это пространство весьма высокой размерности, но необходимость наглядного изображения вынуждает ограничиться простейшим случаем. Впрочем, основные понятия достаточно содержательны и богаты уже в этом простейшем случае.

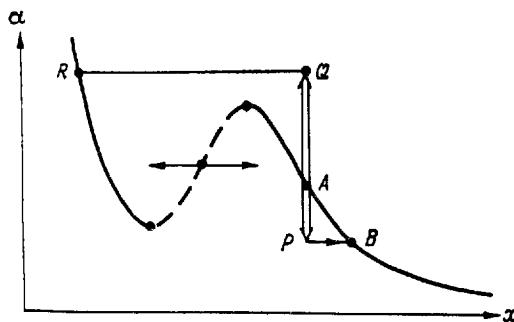


Рис. 2. Необратимость структурного сдвига.

После сдвига AP система приходит в равновесный рабочий режим с более высоким уровнем активности.
Воздействие AQ приводит к состоянию покоя.

В отличие от фазового удара структурный сдвиг обязательно меняет состояние системы — имеет место «последействие» (рис. 2).

Новый режим, возникающий по достижении равновесия, нарушенного структурным сдвигом, может быть покой, может быть состоянием большей или меньшей активности. Но в любом случае не происходит возвращения в исходное состояние.

Другое важное свойство структурных сдвигов, тесно связанное с необратимостью — кумулятивный характер таких воздействий (рис. 3).

Медленные (эволюционные) движения. Все изложенное выше относилось только к быстрым движениям.

Следующая по сложности задача — учет медленных изменений параметров. За неимением лучшего слова будем называть это эволюцией системы. Нужно, однако, иметь в виду, что это совершенно не обязательно эволюция в смысле Дарвина.

Быстрые движения переменных x хорошо называть кинетикой, динамикой системы, а медленные внутренние структурные

изменения параметров лучше всего характеризуются словом «эволюция», противопоставляющим их словесно кинетике системы. Так, например, возрастные изменения экосистемы или организма естественно назвать эволюцией по отношению к жизнедеятельности, метаболизму, кинетике.

Для того чтобы подчеркнуть, что мы собираемся рассматривать расширенную систему, вернемся к обозначению y для медленных переменных. Они перестали быть внешними параметрами, а стали равноправными, пусть медленными, но все же переменными системы.

Приведем простой пример. Изучая лес, можно не интересоваться процессом почвообразования и считать свойства почвы за-

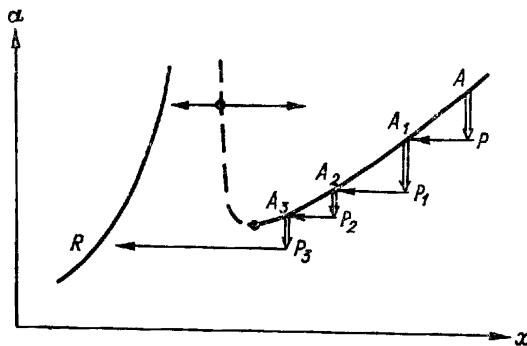


Рис. 3. Постепенное накопление структурных перестроек, приводящее к срыву в неактивное состояние R .

данными параметрами. Однако если речь идет о сотнях и тысячах лет, лесостой принимает активное и важное участие в создании и изменении почвы, на которой он произрастает. Возвращение к y означает, следовательно, не только расширение системы, но и значительное увеличение отрезка времени, на котором происходит изучение системы. Большие масштабы времени, скажем, геологические, могут еще не включаться при таком рассмотрении. В соответствии с этим ландшафтные характеристики (долины рек, холмы, водонепроницаемые слои) также надлежит считать неизменными параметрами даже для расширенной системы.

Выпишем более полную модель:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} = \varepsilon g(x, y) \end{array} \right\}. \quad (8)$$

Точки на кривой $f(x, y) = 0$ уже не являются стационарными точками нашей полной системы. Тем не менее движение в окрестности этой линии происходит значительно медленнее, со скоростью порядка ϵ , а не единицы, как в остальных точках плоскости (x, y) (рис. 4).

Точки кривой $f(x, y) = 0$ называются точками квазиравновесия, а те из них, которые «притягивают» быстрые переменные, называются метастабильными. Точки истинного равновесия, соответствующие обращению в нуль обеих скоростей (и быстрого и медленного движения):

$$\left. \begin{array}{l} f(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{array} \right\} \quad (9)$$

лежат, конечно, на кривой квазиравновесия, а более точно на пересечении ее с кривой $g(x, y) = 0$.

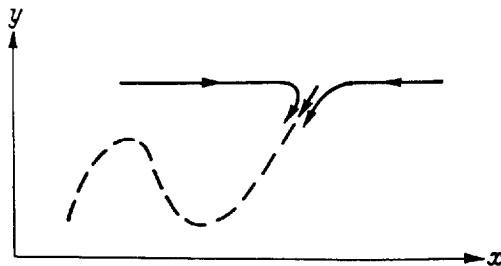


Рис. 4. Быстрое движение к линии квазиравновесия $f(x, y) = 0$ и медленная эволюция вдоль нее.

Само собой разумеется, что это «истинное» равновесие может оказаться (и обязательно оказывается) в свою очередь квазиравновесием по отношению к еще более медленным движениям. Мы предполагаем, конечно, что обсуждаемая задача поставлена правильно, на должном интервале времени с учетом всех существенных переменных.

Итак, наличие двух масштабов времени приводит к двум понятиям устойчивости — метастабильность и полная (истинная) устойчивость.

Следует, пожалуй, отметить, что иерархия в понятии устойчивости является отражением и следствием глубокого факта — иерархии в строении изучаемой системы. Метастабильность и устойчивость (для краткости не будем каждый раз добавлять прилагательное «истинная») — это математическая форма понимания важных особенностей строения сложных биологических систем.

Быстрые и медленные движения. Расположение точек равновесия на кривой квазиравновесия имеет решающее значение для

свойств системы и характера ее реакции на вмешательство извне.

Рассмотрим случай, изображенный на рис. 5, когда система имеет устойчивое равновесие на рабочей ветви AS , а на ветви покоя — неустойчивое равновесие U .

Предположим, что система испытала и фазовый удар и структурный сдвиг, перебросивший ее в точку P_1 . Тогда система быстро восстанавливает работоспособность, а затем медленно возвращается в устойчивую рабочую точку S . Слово «быстро» здесь и дальше означает «за время порядка единицы», а слово «медленно» — «за время порядка $1/\epsilon$ ».

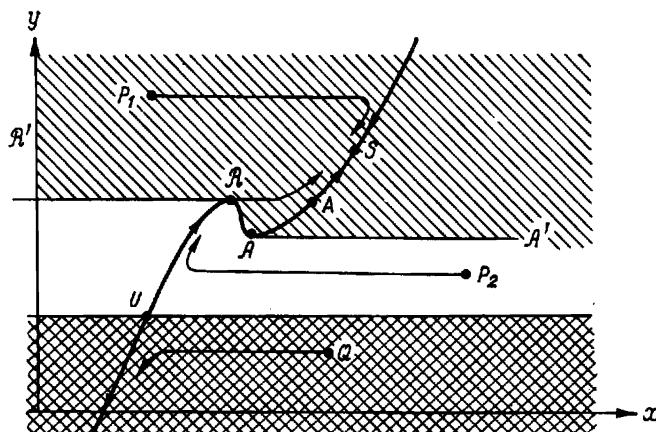


Рис. 5. Точка S — устойчива, U — неустойчива; из P_1 и P_2 система возвращается в S ; из точки Q возвращения не происходит.

Иначе ведет себя система при перебросе в точку P . Сначала она даже более активна (x больше, чем в S), но это «нездоровое возбуждение» и быстро «израсходовав свои силы» система попадает на ветвь покоя UR . Далее происходит медленное «восстановление сил» — эволюция до точки \mathcal{R} , затем возвращение в рабочее состояние в точке A . Эволюция вдоль дуги AS приводит к полному восстановлению исходного оптимального состояния S .

Все описание напоминает историю тяжелого заболевания с благоприятным исходом. Для более предметного понимания слов «быстро» и «медленно» приведем экологический пример. По мнению специалистов, уже упоминавшаяся гибель лесов в Греции произошла за два-три столетия, а для естественного восстановления (эволюция в точку \mathcal{R}) потребуется от десяти до ста тысяч лет.

Еще более драматически развиваются события при возмущении SQ . Из точки Q система быстро попадает в «шоковое»

состояние на ветви $\mathcal{R}U$ ниже точки U и затем развивается «прогрессирующее ухудшение» — медленная эволюция уводит систему все дальше и дальше от точки S .

Вся плоскость (x, y) распадается в разобранном случае на три области. Область устойчивости лежит выше линии $\mathcal{R}'\mathcal{R}AA'$. Между линией $\mathcal{R}'\mathcal{R}AA'$ и горизонтальной прямой, проходящей через точку U , расположена область адаптации. Ниже горизонтали U находится область депрессии системы, если понимать под этим неспособность самостоятельно вернуться в состояние исходной активности.

Устойчивые и адаптивные системы. Существующие биологические системы прошли долгий эволюционный (в смысле Дарвина) путь. Любая из них обладает и устойчивостью и адап-

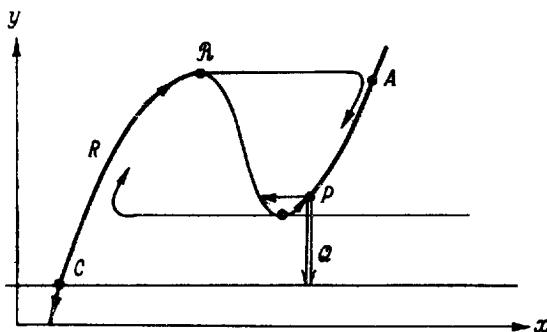


Рис. 6. Адаптивная система.

Область выше горизонтали C — область адаптивности.

тивностью. Но разные системы обладают этими свойствами в разных пропорциях. Особенно это относится к экологическим системам, находящимся в крайних, экстремальных условиях — тундровые, пустынные, горные, солончаковые. К сожалению, этот список сейчас заметно расширен безответственностью человечества. Тем важнее рассмотреть два крайних случая — адаптивные системы с малой устойчивостью и устойчивые системы с малой адаптивностью. Начнем с примера адаптивной системы (рис. 6). Система теряет активность даже при слабых фазовых ударах, таких, например, как SU . Еще чувствительнее она к структурным сдвигам. Уже сдвиг SP приводит к быстрой потере активности и долгому восстановительному периоду $R\mathcal{R}$. Однако система способна к самовосстановлению и длительной активности на участке эволюции AS . Кроме того, даже сравнительно сильные потрясения, такие, как большой структурный сдвиг PQ , не выводят систему из строя и даже не увеличивают значительно длительность восстановительного периода.

Иначе реагируют на вмешательство устойчивые системы (рис. 7). Рассмотрим в точности ту же самую функцию $f(x, y)$,

но с иным расположением точек S и C , что определяется, как мы видели, свойствами медленного движения, т. е. функции $g(x, y)$.

Наиболее яркая черта таких систем — они «не умеют отдохнуть». Они способны быстро восстанавливать активность даже при сильных фазовых ударах и структурных сдвигах. Однако попадание на ветвь покоя приводит к необратимой, прогрессирующей депрессии. Для системы, изображенной на рис. 7, область адаптации — это узенькая полоска, заканчивающаяся дугой $\mathcal{A}U$.

В качестве догадки можно высказать предположение, что устойчивость характерна для систем, находящихся в благоприятных внешних условиях. Если же условия неблагоприятны, то система должна быть адаптивной, чтобы не погибнуть.

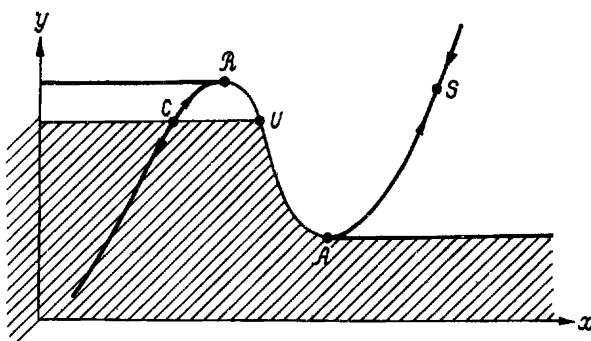


Рис. 7. Устойчивая система.

Область депрессии начинается сразу за кривой $CU\mathcal{A}$.

Методологическое замечание. С точки зрения быстрых, динамических, фазовых переменных оба разобранных примера идентичны. Разница между ними (притом принципиальная) обнаруживается только при внимательном анализе эволюционного уравнения (для медленных переменных). Поэтому чисто количественные подходы (такие, например, как очень модное в недавнем прошлом имитационное моделирование) годятся для слежения за системой, для решения текущих, тактических вопросов. Для целей прогнозирования, принятия долгосрочных решений, стратегического планирования чисто количественные методы совершенно недостаточны и должны быть дополнены качественным, системным, структурным анализом изучаемого объекта, всесторонним исследованием характера ее взаимодействия со средой и типа реакции на внешнее вмешательство.

Гистерезис. При практической работе с любой сложной системой — экологической, биологической или технической — мы обычно лишены возможности «заглянуть внутрь» системы.

Поэтому вмешательство, управление происходит, как правило, «вслепую» — изменением параметров системы и наблюдением ее реакции. С этой точки зрения адаптивные системы производят сильное впечатление на исследователя, привыкшего к устойчивым системам. Там дело обстоит просто — каждому значению управляющего параметра соответствует вполне определенный рабочий режим.

А вот адаптивные системы «капризничают». Задаем некоторое α сегодня — система работает; задаем то же значение α завтра — система не реагирует. И это в простейшем случае, когда система имеет всего два метастабильных состояния.

Между тем ничто не мешает даже одномерной (но сложной) системе иметь несколько режимов разной степени активности (рис. 8).

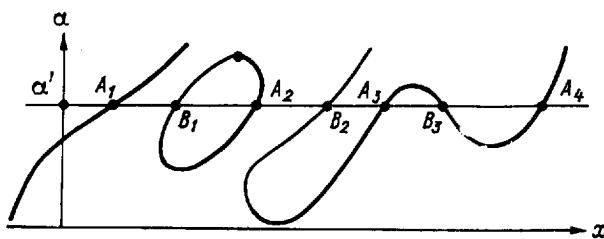


Рис. 8. Четыре метастабильных режима, разделенных тремя неустойчивыми квазистационарными состояниями.

В таких системах возникают сложные гистерезисные явления, описываемые в простейшем случае понятием петли гистерезиса (рис. 9).

Явления разворачиваются следующим образом. Если система первоначально находится в состоянии R , то увеличение управляющего параметра α за предел α'' приводит к срыву в режим A . Однако попытка вернуться к режиму R немедленным уменьшением α не приводит к желаемому результату — система остается в режиме A . Необходимо весьма заметное уменьшение α — ниже «нижнего порога» гистерезиса α' — чтобы вернуться на ветвь режимов R . Иными словами к режиму R можно подойти только снизу, а к режиму A только сверху.

Релаксационные автоколебания. Отличительной особенностью адаптивных систем является еще одно замечательное обстоятельство — они могут существовать, вообще не имея устойчивого стационарного состояния. Это легко видеть на знаменитом примере, проиллюстрированном рис. 10. Чисто математически этот пример тщательно изучался в работах Ван-дер-Поля, Андронова и многих других. Для наших целей важно подчеркнуть, что колебания такого вида не есть специфическая особенность радиотехники.

Напротив, любой организм с его четко периодической смешанной активности и покоя представляет собой подобную автоколебательную систему. Суточный (циркадный) ритм является следствием и эволюционным приспособлением произвольного вначале автоколебательного режима.

Более сложные, экологические системы усвоили (в средних широтах) годовой цикл, обходясь без внешнего периода в тропических областях. Это достаточно ясно свидетельствует об эндогенной, внутренней автоколебательной основе усвоенных (циркадных, месячных и годичных) циклов.

«Проклятие размерности». Реальные биологические системы всегда содержат огромное число компонент разного структурного, химического, морфологического типа. Кажется, потому,

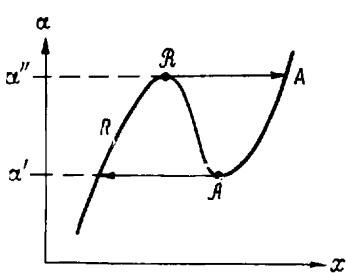


Рис. 9. Петля гистерезиса, образованная двумя ветвями режимов A и R .

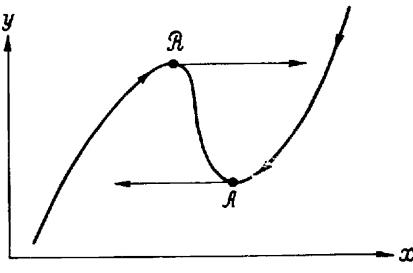


Рис. 10. Автоколебательный режим. Генератор разрывных колебаний.

что необходимо много переменных для моделирования даже не очень сложных биологических систем. Неслучайно многие существующие модели экологических систем содержат десятки и даже сотни переменных одного и того же масштаба времени.

Появился даже пессимистический термин «проклятие размерности» для обозначения трудностей количественного исследования многомерных систем.

Чисто вычислительные трудности действительно очень быстро растут с ростом числа переменных. Это видно из такого простого рассуждения. Предположим, что для изучения динамики сложной системы мы считаем на ЭВМ пучок траекторий, достаточно «густой», чтобы не пропустить интересный режим (рис. 11).

Рассмотрим сетку с десятью точками по каждой из n динамических (фазовых) переменных. Тогда полное количество траекторий в такой трубке тока огромно: $N = 10^n$.

При быстродействии современных компьютеров в десять миллиардов операций в секунду ($S = 10^{10}$) за целый год непрерывного счета (1 год $\approx 3,15 \cdot 10^7$ секунд) можно справиться с системой восемнадцатого порядка. Система двадцатого порядка требует сто лет... Фантастическое предположение об увеличении

быстродействия компьютеров на десять порядков приводит к системе всего лишь тридцатого порядка.

Все это означает, конечно, только одно — полное, абсолютное бессилие чисто технического подхода, бесперспективность методов прямого перебора в экологических задачах даже средней трудности.

Помочь может только мысль, мировоззрение, наука.

Особая роль двухмерных систем. Теория устойчивости динамических систем возникла первоначально в небесной механике в работах Ж. А. Пуанкаре, А. М. Ляпунова и их последователей. Дальнейшее ее развитие в работах Андропова, Четаева, Богоявленского, Тихонова и многих других авторов привело к созданию глубоких качественных методов исследования общих динамических систем.

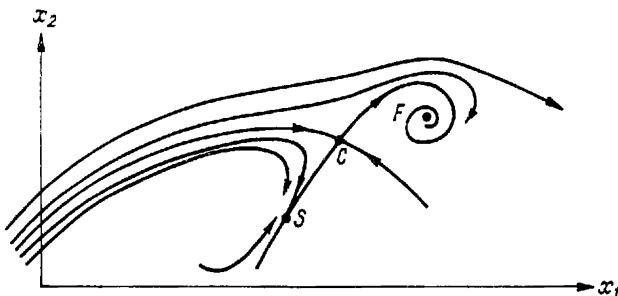


Рис. 11. Трубка тока. Различная судьба траекторий, начинающихся в близких точках.

Для наших целей существенно одно простое следствие общей теории. Для определения устойчивости стационарного состояния надо найти \$n\$ характеристических чисел \$\lambda\$, решая векторное уравнение

$$\det \|A - \lambda E\| = 0,$$

где \$A\$ — матрица линеаризованной системы, коэффициенты которой зависят, конечно, от параметров системы.

Характеристические числа \$\lambda\$ (их \$n\$ штук, где \$n\$ — размерность системы), вообще говоря, комплексные и также зависят от параметров. Устойчивость стационарного состояния определяется знаками действительных частей

$$p = \operatorname{Re} \lambda$$

характеристических чисел \$\lambda\$.

Если все \$p\$ отрицательны,

$$p < 0,$$

то стационарное состояние устойчиво.

Однако при измерении параметров устойчивость может быть потеряна. Для этого достаточно, чтобы только одно из чисел p обратилось в нуль, а затем стало положительным. Всего чисел ровно столько, какова размерность системы, т. е. очень много в сложных системах. Однако «нормально» эти числа не все сразу обращаются в нуль, а по одному. Конечно могут быть ситуации, когда сразу несколько p обращаются в нуль, но для этого должна «подобраться» весьма специальная комбинация значений параметров.

Это рассуждение отнюдь не является строгим, но показывает все же, что более частым, а значит и более важным для

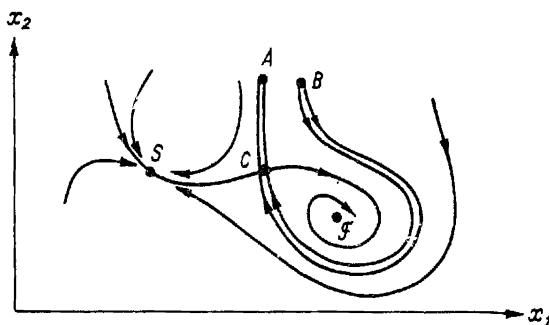


Рис. 12. Сепаратрисы AC и BC выделяют область притяжения фокуса F . Остальные траектории стремятся к устойчивому узлу S .

приложений является случай, когда устойчивость теряется ровно из-за одного единственного характеристического числа.

Этот вывод весьма ответствен, ибо из него вытекает, что нормальным случаем в самой сложной системе является наличие либо двух, либо одного существенного переменного. Если нуль пересекает действительный корень, то существенным (неустойчивым) динамическим переменным становится ровно одно. Если же комплексный корень становится чисто мнимым, то возникают два существенных переменных.

При дальнейшем изменении параметров может потерять устойчивость еще какая-то пара переменных, но главные события совершаются именно при переходе от устойчивости к неустойчивости, а не при усложнении характера неустойчивости.

И вот именно для этих решающих экстремальных ситуаций имеются серьезные основания ожидать, что существенных переменных будет два или даже одно (в случае действительного корня).

Переходный процесс в двумерной системе. Что же происходит после потери устойчивости стационарной точки? В случае

действительного корня (однополярный случай) возникает быстрое движение типа перехода $U \rightarrow A$ на рис. 1 и система просто перейдет в новое стационарное состояние. Совершенно аналогичная ситуация может возникнуть и в двумерном случае (потеря устойчивости комплексным корнем).

На рис. 12 изображена ситуация при «нормальном» неэкстремальном значении параметров системы. Пусть система находится в состоянии S . Начнем менять параметры. Может случиться, что точка C сольется с узлом S , который потеряет устойчивость и произойдет быстрый переходный процесс $S \rightarrow F$ по сепаратриссе CF . Возникнет новое стационарное состояние — устойчивый фокус F . Еще легче представить себе обратный процесс — слияние C с фокусом F .

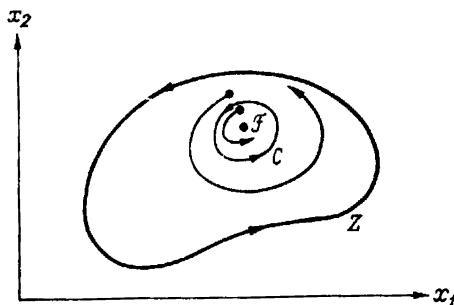


Рис. 13. Внутри устойчивого предельного цикла Z неустойчивый предельный цикл C , окружающий устойчивый фокус F .

Если при изменении параметров цикл C стягивается в точку F , то происходит жесткое возбуждение колебаний. Система переходит в колебательный режим, периодически пребегая предельный цикл Z .

Этот же эффект возникает при достаточно сильном фазовом ударе, выводящем систему за пределы цикла C . В этом случае также возникает переходный процесс, не приводящий к новому стационарному состоянию. Как и в первом случае, возникают стабильные колебания с четко определенным периодом по устойчивому предельному циклу Z .

Постоянные (потоковые) воздействия. Взаимодействие человека с окружающей средой не исчерпывается, конечно, однократным вмешательством. Более типичным является, наоборот, постоянное воздействие на систему. Характерный пример — промысловое рыболовство. Ежегодно из популяции изымается некоторое количество особей.

Формально математически это есть отрицательный поток в системе. Это воздействие непосредственно на систему и оно

Рождение предельного цикла. Однако в двумерных системах возможно принципиально новое явление — исчезновение стационарного состояния и возникновение устойчивости периодического режима (предельного цикла).

Пусть система, фазовый портрет которой изображен на рис. 13, находится в устойчивом состоянии F . Область притяжения этого

может быть описано изменением правой части в уравнении для x :

$$\frac{dx}{dt} = p + f(x, y).$$

Уже такое элементарное соображение показывает, что постоянное воздействие на систему сложнее, чем импульсное воздействие на параметры, ибо приводит не просто к изменению параметра, а к увеличению числа параметров, к изменению размерности структурного пространства.

Постоянное воздействие на среду соответствует появлению аналогичного потокового тока и в уравнении для y :

$$\frac{dy}{dt} = \epsilon [q + g(x, y)].$$

Примером такого воздействия является постоянный сброс промышленных загрязнений в реку или озеро.

Сколько-нибудь полный анализ возможных реакций систем на указанные воздействия является сложной задачей. Даже правильная постановка вопроса представляет серьезные трудности и должна составить предмет дальнейших исследований.

Можно тем не менее уже сейчас представить, как могут развиваться такие исследования. Отправной точкой должно явиться деление систем на устойчивые и адаптивные. Это видно из того, что при достаточно малых p и q адаптивные системы остаются адаптивными, а устойчивые — устойчивыми.

Это простое соображение (традиционный в математике аргумент «по непрерывности») показывает, что результатом исследования явится, по-видимому, более подробная классификация как адаптивных, так и устойчивых систем. Интуитивные соображения дают основания надеяться, что современные методы качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений вполне достаточны для достаточно полного разбора этой проблемы.

Трудность будет скорее в том, чтобы дать достаточно грубую классификацию, избежать ненужных для практики тонкостей, к которым так склонны математики.

Пороговые воздействия. Проведенный в докладе теоретический анализ приводит к следующему выводу: традиционное различие пороговых и кумулятивных воздействий на биологические (в частности, экологические) системы имеет разумные основания только при вполне определенных условиях. Во-первых, воздействие имеет мгновенный, импульсный характер. Во-вторых, времена наблюдения реакции малы по сравнению со временем спонтанной структурной перестройки системы.

Из анализа вытекает также, что более глубокое и общее описание свойств системы получается при введении понятий устойчивости (метастабильности) и адаптивности. Эти понятия

вытекают из общего понятия устойчивости при учете иерархии в строении реальных биологических систем, приводящей к иерархии резко различных масштабов времени.

Поставлен вопрос о более подробной классификации систем по их реакции на постоянные (потоковые) воздействия.

Заключение. Теоретическое изучение проблемы устойчивости экологических систем — задача большой сложности и чрезвычайной актуальности. Она потребует приложения всего арсенала математических приемов, добытых в предбиологическом естествознании, и, конечно, развития новых подходов, идей и методов.

В настоящее время положение дел в методологических вопросах совершенно неудовлетворительно.

Даже известные математические методы применяются в экологических исследованиях недостаточно квалифицированно. Известные методы Ляпунова хорошо приспособлены для описания «динамических ударов» по экологической системе, типа всплескного изменения численности одного или нескольких видов, входящих в экосистему. Однако структурные сдвиги, соответствующие параметрическому воздействию на систему (изменение водного или солевого режима, загрязнения и т. п.), не имеют в экологических работах сколько-нибудь адекватного математического описания.

Возник и грозит закрепиться тревожный разрыв между теорией и практикой. Для вопросов долгосрочного прогнозирования, планирования и принятия решений совершенно необходимо знать, что происходит при структурных перестройках в биосистемах. А в теоретических работах повторяются в квазибиологических терминах хорошо известные математические результаты, да еще нередко и с ошибками.

Между тем весьма похожими вопросами уже давно и достаточно плодотворно занимаются в других областях биологии — физиологии и биохимии. В совершенном другой области знания — технике и особенно химической технологии — также очень велика роль структурных перестроек систем, имеющая здесь весьма специфическую форму теории оптимального регулирования.

В перечисленных областях давно развиваются независимые контакты с математикой и достигнуты определенные успехи. Накоплен, следовательно, богатый набор конкретных задач из широкого круга отраслей знаний, обладающий тем не менее глубокой внутренней общностью. Последовательное проведение математических исследований в этой области может привести к развитию достаточно общего подхода — теории адаптивных систем. Глубокая внутренняя причина возможности подобной формализации — морфологическая иерархия сложных биологических систем, проявляющаяся динамически в иерархии кинетической, в наборе движений с резко различной временной

шкалой. Наиболее выпукло эти свойства проявляются именно на организационном уровне, закрепленные миллиардами лет биологической эволюции.

Полезно поэтому даже терминологически («адаптивность») подчеркнуть желание усвоить «уроки истории», желание перенести на технологические и экологические системы принципы регуляции и управления, доказавшие свою эффективность в жестких испытаниях естественного отбора.

Независимо от возможности или невозможности построения достаточно общей и содержательной математической схемы аналогия с целостным организмом полезна сама по себе. Эта аналогия остро ставит вопрос о создании адекватной системы мониторинга. Биология не оставляет места сомнению в важности первой системы. Без нервной системы (внутренней системы «наблюдения и оповещения») невозможно не только эффективное управление, но даже и самое существование сколько-нибудь сложной системы.

Другой аспект этой аналогии — выделение существенных переменных, соответствующих динамической иерархии системы. Еще более понятной становится также роль изучения экспериментальных режимов для выявления иерархической структуры и построения адекватной системы мониторинга на основе индикаторных видов, компонент и свойств.

Таковы в общих чертах некоторые методологические вопросы, поставленные перед математиками современным состоянием проблем защиты окружающей среды.